

BILANGAN KROMATIK DARI GRAF HASIL OPERASI KORONA PADA GRAF LINTASAN TERHADAP BEBERAPA GRAF REGULER

Anuwar Kadir Abdul Gafur^{1*}, Safia Posu²

¹Program Studi Matematika Universitas Pasifik Morotai, anuwarekadir657@gmail.com

²Program Studi Matematika Universitas Pasifik Morotai

ABSTRAK

Misalkan graf $G = (V, E)$ adalah graf terhubung, sederhana, dan berhingga. Bilangan kromatik dinotasikan $\chi(G)$, adalah bilangan bulat terkecil k sehingga graf G mempunyai pewarnaan titik sejati dengan k warna. Sedangkan pewarnaan titik sejati dari graf $G = (V, E)$ dengan k warna adalah suatu pemetaan $c: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ sedemikian sehingga $c(u) \neq c(v)$ untuk setiap u dan v yang bertetangga di G . Oleh karena itu, kami akan mencari bilangan kromatik dari graf hasil operasi corona untuk graf lintasan terhadap beberapa graf reguler dan kami telah berhasil menemukan graf $P_m \odot H$ merupakan hasil operasi corona dari graf lintasan P_m dengan graf H , dimana H adalah graf $(n - 2) - reguler$ atau $(n - 3) - reguler$ dengan orde m dan n . Maka $\chi(P_m \odot H) = \chi(H) + 1$.

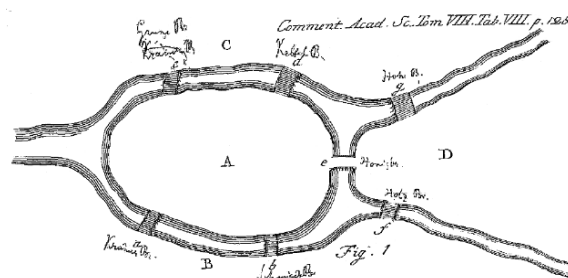
Kata kunci : bilangan kromatik, graf operasi corona, graf lintasan, graf reguler

Penerbit : Fakultas Teknik Universitas Pasifik Morotai

1 PENDAHULUAN

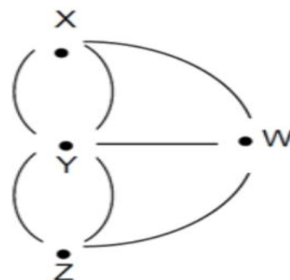
1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan bagian dari cabang ilmu matematika yang banyak mendapat perhatian karena model-modelnya sangat berguna untuk penggunaan dalam sebuah aplikasi yang luas, diantaranya digunakan dalam jaringan komunikasi, ilmu komputer, riset, transportasi, dan rancangan suatu bangunan. Banyak sekali penelitian terbaru tentang graf, dimensi metrik, pewarnaan lokasi. Pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736. Ketika itu, Euler mencoba membuktikan bahwa tidak ada kemungkinan untuk melewati tepat satu kali setiap jembatan Königsberg di empat daerah yg terhubung dengan tujuh jembatan di atas sungai Pregel, seperti terlihat pada gambar dibawah ini.



Gambar 1 jembatan *konigsberg*

Dalam mencari solusi tersebut euler mencoba metode dari masalah ini adalah dengan membentuk model dari jembatan *konigsberg* yang dikenal dengan multigraph, diperlihatkan pada gambar 1.2 pada multigraph tersebut memiliki 2 (dua) elemen yaitu himpunan *verteks* (titik) dan himpunan *edge* (garis) yang saling menghubungkan garis antara titik. (Kenneth H. Ronsen, 1999:693)



Gambar 2 Representasi *multigraph* jembatan *konigsberg*

Titik-titik yang diberi label X, Y, Z, dan W pada gambar 1.2 itulah yang disebut *verteks* dan dengan garis yang saling menghubungkan antar titik itulah yang disebut *edge*. Bilangan Kromatik adalah jumlah minimum warna yang digunakan untuk mewarnai titik pada graf G . Menentukan bilangan kromatik diawali dengan memberikan warna terlebih dahulu terhadap titik-titik pada graf dimana dua titik yang bertetangga di beri warna yang berbeda. Apabila bilangan kromatik belum optimum maka di lakukan pewarnaan ulang sampai di dapatkan bilangan kromatik yang optimum. Dalam kehidupan sehari-hari pewarnaan graf dan bilangan kromatik dapat di gunakan dalam penjadwalan, permainan sudoku, pembuatan peta, pengaturan lalu lintas dan sebagainya.

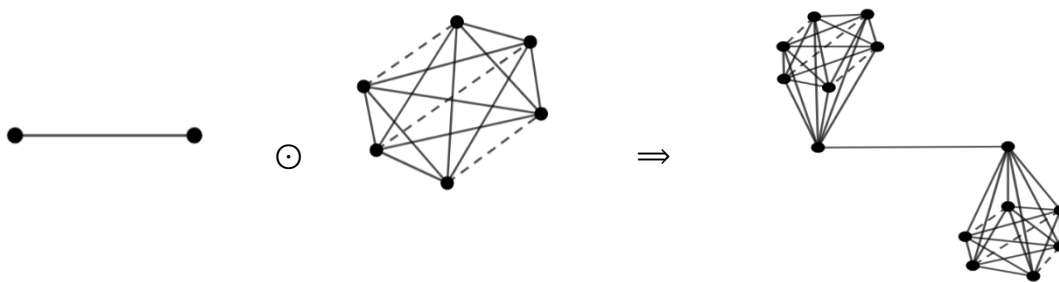
Bilangan kromatik dinotasikan $\chi(G)$, adalah bilangan bulat terkecil k sehingga graf G mempunyai pewarnaan titik sejati dengan k warna. sedangkan pewarnaan titik sejati dari graf $G = (V, E)$ dengan k warna adalah suatu pemetaan $c: V(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, K\}$ sedemikian sehingga $c(u) \neq c(v)$ untuk setiap u dan v yang bertetangga di G .

2 TINJAUAN PUSTAKA

Suatu graf G merupakan pasangan himpunan V dan E , dinotasikan $G = (V, E)$, dimana $V(G)$ adalah himpunan titik tak kosong dan $E(G)$ adalah himpunan sisi yang terdiri dari pasangan terurut dari titik-titik yang berbeda di $V(G)$. Misal u atau v adalah titik-titik dari $V(G)$. Sedangkan sisi yang menghubungkan simpul u dan simpul v dinyatakan dengan pasangan (u, v) adalah sisi dari $E(G)$ atau dinyatakan dengan lambang e_1, e_2, \dots dengan kata lain, jika e adalah sisi yang menghubungkan titik u dan titik v , titik u dan titik v berhubungan langsung (*adjacent*) di G , u dan v adalah titik-titik akhir dari sisi e , sisi e terkait (*incident*) dengan titik u atau v , maka e dapat di tulis $e = (u, v)$. Dimana $e = uv$ adalah sisi yang memuat dua titik yang berdeda.

Misalkan $G = (V, E)$ adah graf terhubung, sederhana dan terbatas. Banyaknya titik di $V(G)$ dinotasikan $|V(G)|$ disebut kardinalitas titik di G . Derajat dari suatu titik u dinotasikan $d(u)$ adalah banyaknya titik yang terhubung langsung dengan u di G . Jalan (*walk*) dari titik awal u_0 ke titik akhir u_n di G adalah barisan berhingga dari titik-

titik dan sisi di G yaitu $u_0, e_1, u_1, e_2, \dots, e_k, u_k$. Lintasan (*Path*) adalah suatu jalan yang menghubungkan antara dua titik yang berbeda yang dilewati tetap satu kali. Jarak antara dua titik yang berbeda pada suatu G , dinotasikan $d(u, v)$ adalah panjang lintasan terpendek dari titik u dan v . Oleh karena itu, suatu graf yang terdiri dari lintasan tunggal disebut graf lintasan yang dilambangkan P_n . Jika setiap titik di G memiliki derajat yang sama dengan titik lainnya maka graf g adalah graf reguler, dalam hal ini graf lengkap yang dinotasikan K_n merupakan graf reguler. Graf K_n dapat dikatakan sebagai graf $(n - 1)$ -reguler. Hasil operasi korona dari graf G dan H didefinisikan sebagai graf yang diperoleh dengan mengambil sebuah salinan dari G dan $|G|$ salinan dari H yaitu H_i dengan $i = 1, 2, \dots, |G|$ kemudian dihubungkan setiap titik ke- i dari G ke setiap titik di H_i (Harary, Frucht, 1970).



Gambar 3. Hasil operasi korona

Teori pewarnaan graf merupakan suatu cabang teori graf yang mempelajari cara mewarnai suatu graf sedemikian sehingga tidak terdapat dua titik saling bertetangga pada graf tersebut yang berwarna sama. Pewarnaan titik adalah pemberian warna pada titik didalam graf sedemikian sehingga titik-titik bertetangga mempunyai warna berbeda. Pewarnaan- k titik sejati dari graf $G = (V, E)$ adalah suatu pemetaan $c : V \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, k\}$ sedemikian sehingga $c(u) \neq c(v)$ jika u dan v bertetangga. banyaknya warna minimum yang digunakan untuk mewarnai titik di G adalah bilangan kromatik yang dinotasikan $\chi(G)$.

3 METODE PENELITIAN

Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Studi literatur

Pada tahapan ini kami sebagai peneliti melakukan pemahaman konsep dan studi literatur dari buku, jurnal dan penelitian mengenai bilangan kromatik pada graf.

2. Menentukan graf yang akan digunakan graf lintasan dan graf reguler

Pada tahapan ini, kami menentukan graf dari hasil operasi corona yakni graf lintasan P_n untuk $n \geq 1$ dan $H = (m - 2) - reguler$ dimana $m \geq 4$ serta $H = (m - 3) - reguler$ dimana $m \geq 5$ atau dinotasikan $G = P_n \odot H$

3. Mengkonstruksi graf $P_n \odot H$

Pada tahapan kedua ini, kami menkontruksi graf yang akan diteliti berdasarkan defenisinya yaitu graf $P_n \odot H$.

4. Mendapatkan bilangan kromatik

Pada tahapan selanjutnya, kami memperoleh bilangan kromatik pada graf yang telah dibangun atau dikonstruksi, yaitu:

- a. Melabeli titik atau mewarnai titik sedemikian sehingga titik yang bertetangga memiliki warna berbeda.
 - b. Menentukan jumlah minimum warna pada graf $P_n \odot H$.
 - c. Menentukan batas bawah dan batas atas bilangan kromatik melalui banyaknya warna minimum pada graf $P_n \odot H$.
5. Analisis
1. Membuktikan banyaknya warna pada graf $P_n \odot H$.
 2. Membuktikan bilangan kromatik pada graf $P_n \odot H$ yaitu dengan membuktikan batas atas dan batas bawah pada graf $P_n \odot H$.
 3. Mengevaluasi terhadap karakteristik serta menganalisa pada graf $P_n \odot H$.

4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Graf reguler dan mengkomparasikan dengan lintasan melalui operasi Korona. Graf G dikatakan sebagai graf *reguler* – k jika setiap titik di G bertetangga dengan tepat titik lainnya. Dalam bukunya G. Chartrand dan L. Lesniak yang berjudul *Graphs & Digraphs* menjelaskan bahwa bilangan kromatik graf lengkap K_n dengan orde n adalah $\chi(K_n) = n$ kemudian Vernold Vivin L telah menemukan bilangan kromatik hasil operasi corona yaitu $\chi(G \odot K_n) = n + 1$. Perhatikan bahwa graf K_n adalah graf k – *reguler*. Akan tetapi, bilangan kromatik untuk graf k – *reguler* dengan $2 \leq k \leq n - 2$ serta hasil operasi corona graf lintasan P_m dengan graf k – *reguler* belum ditentukan. Oleh karena itu, kami tertarik untuk mempelajari penentuan bilangan kromatik graf regular adalah, $(n - 2)$ – *reguler* dengan orde $n \geq 4$ dan atau $(n - 3)$ – *reguler* dengan orde $n \geq 5$ serta hasil operasi corona graf lintasan P_m dengan orde $m \geq 2$ dengan graf k – *reguler*.

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf dengan orde $n \geq 4$ merupakan graf $(n - 2)$ – *reguler*. Perhatikan bahwa untuk graf $(n - 2)$ – *reguler*, setiap titik u di $V(G)$ memenuhi $|N(u)| = n - 2$. Dengan kata lain. Setiap titik di $V(G)$ tidak bertetangga dengan tepat satu titik lainnya.

Lemma 4.1. (A K A Gafur dkk, 2021), Misalkan G adalah graf dengan orde $n \geq 4$. Jika G merupakan $(n - 2)$ – *reguler* maka n adalah genap.

Lemma 4.2. Misalkan G adalah Graf $(n - 2)$ – *reguler* dengan orde $n \geq 4$. Misalkan x_i dan y_i di $V(G)$ sehingga $x_i y_i \notin E(G)$ untuk $i \in \{1, \dots, \frac{n}{2}\}$ jika dan hanya jika $f(x_i) = c_i = f(y_i)$.

Bukti. (\Rightarrow) Jelas terbukti karena berdasarkan defenisi perwarnaan titik pada graf, yaitu setiap titik diwarnai dengan warna berbeda jika $x_i y_i \in E(G)$ untuk $i \in \{1, \dots, \frac{n}{2}\}$. Jika $f(x_i) = c = f(y_i)$ maka $x_i y_i \notin E(G)$. (\Leftarrow)

Misalkan $f(x_i) = c = f(y_i)$ untuk $i \in \{1, \dots, \frac{n}{2}\}$. Akan ditunjukkan bahwa $x_i y_i \notin E(G)$. Dengan menggunakan

kontradiksi, andaikan $x_i y_i \in E(G)$ untuk $i \in \{1, \dots, \frac{n}{2}\}$. Berdasarkan defenisi perwarnaan titik, maka $f(x_i) \neq f(y_i)$ untuk $i \in \{1, \dots, \frac{n}{2}\}$. Hal ini bertentangan dengan $f(x_i) = c = f(y_i)$. Oleh karena itu, pengandaian diatas salah, haruslah $x_i y_i \notin E(G)$ untuk $i \in \{1, \dots, \frac{n}{2}\}$.

Teorema 4.1 Misalkan G adalah Graf $(n - 2) - regular$ dengan orde $n \geq 4$. Maka $\chi(G) = \frac{n}{2}$.

Bukti. Misalkan H adalah graf $(n - 2) - regular$. Maka $V(H) = \{u_i, v_i | 1 \leq i \leq \frac{n}{2}\}$ sehingga setiap titik $z \in V(H) \setminus \{u_i, v_i\}$ terhubung dengan u_i dan v_i atau $z u_i \in E(H)$ dan $z v_i \in E(H)$ tetapi $u_i v_i \notin E(H)$. Berdasarkan lemma 4.1, orde dari H haruslah genap. Akan ditunjukkan kasus $\chi(G) \leq \frac{n}{2}$ dan $\chi(G) \geq \frac{n}{2}$.

Kasus 1. $\chi(G) \geq \frac{n}{2}$. Berdasarkan definisi pewarnaan titik, titik-titiknya diwarnai dengan $f(u_i) = c = f(v_i)$ karena $u_i v_i \notin E(G)$. Perhatikan $|V(G)| = |u_i| + |v_i| = \frac{n}{2} + \frac{n}{2} = n$ dimana $n \geq 4$ dan $f(u_i) = c = f(v_i)$ maka $\chi(G) \geq |f(u_i)| = |f(v_i)| = \frac{n}{2}$.

Kasus 2. $\chi(G) \leq \frac{n}{2}$. Andaikan $\chi(G) \leq \frac{n}{2} - 1$. Karena $u_i, v_i \in V(H)$ untuk $i \in \{1, \dots, \frac{n}{2}\}$ maka $|u_i| = \frac{n}{2} = |v_i|$. Berdasarkan prinsip sarang burung merpati, terdapat dua titik yang berbeda sebutlah u_i dan u_j dengan $i \neq j$ memiliki warna yang sama karena $\chi(G) \leq \frac{n}{2} - 1$ dari $|u_i|$. Hal ini juga serupa pada titik v_i . Kontradiksi dengan defenisi pewarnaan titik. Haruslah $\chi(G) \leq \frac{n}{2}$.

Berdasarkan kedua kasus diatas maka dapat diperoleh $\chi(G) = \frac{n}{2}$.

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf terhubung dengan orde $n \geq 5$ merupakan graf $(n - 3) - regular$. Perhatikan bahwa graf $(n - 3) - regular$ memiliki subgraf dari G yang isomorfik dengan $K_m \setminus E(C_m)$ untuk suatu $m \in \{3, 4, 5, \dots, n\}$. Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf dengan orde $n \geq 5$ merupakan graf $(n - 3) - regular$. Misalkan $V(G) = \{v_i | 1 \leq i \leq n\}$ dan setiap titik v_i memiliki $|N(v_i)| = n - 3$ serta $|E(G)| = \frac{n(n-3)}{2}$. Perhatikan pada graf $(n - 3) - regular$, karena $|N(v_i)| = n - 3$ artinya bahwa terdapat dua titik sebutlah x dan y di $V(G)$ yang berbeda sehingga $x, y \notin N(v_i)$ akan tetapi xy bertetangga.

Lemma 4.2.1. Misalkan G adalah graf $(n - 3) - regular$ dengan orde $n \geq 5$. Jika $u, v, w \in V(G)$ dimana $uv, vw \notin E(G)$ dan $uw \in E(G)$ maka $f(u) = f(v)$ atau $f(v) = f(w)$

Bukti. Misalkan $u, v, w \in V(G)$ diamana $uv, vw \notin E(G)$ dan $uw \in E(G)$. Akan ditunjukkan bahwa $f(u) = f(v)$ atau $f(v) = f(w)$. Karena $uw \in E(G)$, berdasarkan defenisi pewarnaan titik $f(u) \neq f(w)$. Perhatikan $uv, vw \notin E(G)$. Jika $f(u) = f(v)$ atau $f(v) = f(w)$ selesai. Andaikan $f(u) = f(v)$ dan $f(v) = f(w)$ maka $f(u) = f(w)$ kontradiksi dengan $f(u) \neq f(w)$. Haruslah $f(u) = f(v)$ atau $f(v) = f(w)$.

Teorema 4.2, menunjukkan bahwa banyaknya warna yang perlu diwarnai adalah $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ warna.

Teorema 4.2. Misalkan G adalah graf $(n - 3) - regular$ dengan orde $n \geq 5$. Maka $\chi(G) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$.

Bukti. Misalkan G adalah graf $(n - 3) - reguler$ dengan orde $n \geq 5$. Misalkan $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ dan $v_h v_i, v_i v_j \notin E(G)$ serta $v_h v_j \in E(G)$ dengan $h \neq i \neq j \in \{1, 2, \dots, n\}$. Berdasarkan lemma 4.2.1, maka $f(v_h) = f(v_i)$ atau $f(v_i) = f(v_j)$. Akan dibuktikan $\chi(G) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ dengan menunjukkan $\chi(G) \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ dan $\chi(G) \geq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$.

Kasusu 1. $\chi(G) \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Jika n adalah bilangan genap maka berdasarkan definisi pewarnaan titik, warnai $f(v_1) = c_1 = f(v_2), f(v_3) = c_2 = f(v_4), f(v_5) = c_3 = f(v_6), \dots, f(v_{n-1}) = c_k = f(v_n)$. Oleh karena itu, banyaknya titik yang dilabeli di $V(G)$ adalah $k + k = 2k \leq n$. Dengan demikian, banyaknya warna yang dibutuhkan adalah $k \leq \frac{n}{2}$ atau $\chi(G) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Jika n adalah bilangan ganjil maka berdasarkan definisi pewarnaan titik, warnai $f(v_1) = c_1 = f(v_2), f(v_3) = c_2 = f(v_4), f(v_5) = c_3 = f(v_6), \dots, f(v_{n-2}) = c_k = f(v_{n-1})$, dan $f(v_n) = c_{k+1}$. Oleh karena itu, banyaknya titik yang dilabeli di $V(G)$ adalah $(k + k) + 1 = 2k + 1 \leq n$. Maka banyaknya warna yang dibutuhkan adalah $k \leq \frac{n}{2} - 1 \leq \frac{n}{2}$ atau $\chi(G) \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$.

Kasus 2. $\chi(G) \geq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Dengan menggunakan kontradiksi. Andaikan $\chi(G) < \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Berdasarkan defenisi perwarnaan titik, warnai $f(v_1) = c_1 = f(v_2), f(v_3) = c_2 = f(v_4), f(v_5) = c_3 = f(v_6), \dots, f(v_{n-1}) = c_t = f(v_n)$. Artinya bahwa setiap dua titik di $V(G)$ yang berbeda memiliki satu warna yang sama. Tanpa mengurangi keumuman, pilih $|V(G)|$ adalah bilangan genap maka banyaknya titik yang warnai adalah $k + k = 2k \leq n$. Dengan demikian, banyaknya warna yang dibutuhkan adalah $k \leq \frac{n}{2} = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$ kontradiksi dengan $\chi(G) < \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Jadi pengandaian diatas salah, haruslah $\chi(G) \geq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Berdasarkan kedua kasus diatas, maka $\chi(G) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$.

Berdasarkan teorema 4.1 dan 4.2, memiliki bilangan kromatik yang sama antara $(n - 2) - reguler$ dan $(n - 3) - reguler$ dengan orde n yaitu $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Misalkan graf $P_m \odot H$ merupakan operasi corona pada graf lintasan P_m dengan orde $m \geq 2$ dengan graf H adalah graf $(n - 2) - reguler$ atau $(n - 3) - reguler$. Berdasarkan defenisi operasi corona, sebutlah titik $o \in V(P_m)$ merupakan titik yang di hubungkan dengan semua titik $u \in V(H)$ sehingga $ou \in E(P_m \odot H)$. Teorema berikut ini menunjukkan bahwa untuk sembarang graf reguller H yaitu $(n - 2) - reguler$ atau $(n - 3) - reguler$ memberikan bilangan kromatik pada operasi corona graf lintasan dengan graf 420egular adalah $\left\lceil \frac{n+2}{2} \right\rceil$ dengan orde n .

Teorema 4.3. Misalkan graf $P_m \odot H$ merupakan operasi corona graf lintasan P_m dengan graf H adalah graf $(n - 2) - reguler$ atau $(n - 3) - reguler$ dengan orde m dan n . Maka $\chi(P_m \odot H) = \chi(H) + 1$.

Bukti. Untuk membuktikan $\chi(P_m \odot H) = \chi(H) + 1$. Maka perlu untuk membuktikan bahwa $\chi(P_m \odot H) \leq \chi(H) + 1$. dan $\chi(P_m \odot H) \geq \chi(H) + 1$. Oleh karena itu, kami membagi beberapa kasus.

Kasus 1. $\chi(P_m \odot H) \leq \chi(H) + 1$. Misalkan graf H_i dengan $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ merupakan graf $(n - 2) - reguler$ atau $(n - 3) - reguler$. Maka H_i dan H_j saling lepas untuk $i \neq j$ pada $P_m \odot H$. Misalkan titik $x, y, z \in V(P_m)$ dengan $xy, yz \in E(P_m)$ tetapi $xz \notin E(P_m)$ di $P_m \odot H$. Berdasarkan defenisi operasi corona pada graf maka titik x terhubung dengan setiap titik u di H_i , titik y terhubung dengan setiap titik v di H_j , dan titik z terhubung dengan setiap titik t di H_k . Akibatnya $x \in V(P_m)$ harus diwarnai dengan warna berbeda

dengan titik u di H_i . Maka titik x diwarnai dengan $\chi(H) + 1$. Karena $xy \in E(P_m)$ maka titik y harus diwarnai $l \in \{1, 2, \dots, \chi(H)\}$ dan titik v di H_j diwarnai dengan $o \in \{2, \dots, \chi(H), \chi(H) + 1\}$. Karena $\chi(P_m) = 2$ maka $\chi(P_m) \leq \chi(H)$. Dengan demikian, banyaknya warna pada graf $P_m \odot H$ adalah $\chi(H) + 1$ atau $\chi(P_m \odot H) \leq \chi(H) + 1$.

Kasus 2. $\chi(P_m \odot H) \geq \left\lceil \frac{n+2}{2} \right\rceil$. Andaikan $\chi(P_m \odot H) < \chi(H) + 1$. Artinya bahwa $\chi(P_m \odot H) \leq \chi(H)$.

Perhatikan graf H . Berdasarkan akibat 4.1, maka $\chi(H) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Karena titik $o \in V(P_m)$ merupakan titik yang dihubungkan dengan semua titik $u \in V(H)$ sehingga $ou \in E(P_m \odot H)$. Akibatnya $o \in V(P_m)$ harus diwarnai dengan warna berbeda dengan titik u di H . Maka titik $o \in V(P_m)$ di warnai dengan $\chi(H) + 1$ atau $\chi(P_m \odot H) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1 = \left\lceil \frac{n+2}{2} \right\rceil$, kontradiksi. Jadi $\chi(P_m \odot H) \geq \chi(H) + 1$. Berdasarkan kedua kasus diatas, maka $\chi(P_m \odot H) = \chi(H) + 1$.

5 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, kami telah menemukan bilangan kromatik hasil operasi corona graf lintasan dengan graf reguller dimana graf reguller atau k -reguller jika setiap titik di G bertetangga dengan tepat k titik lainnya, sebagai berikut :

1. Misalkan G adalah Graf $(n - 2)$ -reguller dengan orde $n \geq 4$. Maka $\chi(G) = \frac{n}{2}$.
2. Misalkan G adalah graf $(n - 3)$ -reguller dengan orde $n \geq 5$. Maka $\chi(G) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$.

Misalkan graf $P_m \odot H$ merupakan operasi corona graf lintasan P_m dengan graf H adalah graf $(n - 2)$ -reguller atau $(n - 3)$ -reguller dengan orde m dan n . Maka $\chi(P_m \odot H) = \chi(H) + 1$.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Chartrand, D. (2009). *Chromatic Graph Theory*. America.
- [2] Diestel, R. (2005). *Graduate Texts in Mathematics*. New York.
- [3] A G, Anuwar dan W B, Ariestha, *Mengidentifikasi Bilangan Dominasi Lokasi Pada Graf Bintang Kipas*. Jurnal THEOREMS Vol. 4 No.1 Juli hal. 87-95 Tahun 2019.
- [4] Lutpiah. (2011). *Algoritma Kontribusi Graf Lingkaran Tali Busur Tali busur dan Nilai Total Ketakteraturan Simpul Sama Dengan Dua*. Medan.
- [5] Munir Rinaldi. (2012). *Matematika Diskrit Revisi Ketujuh*. Bandung.
- [6] Rosen, K. H. (2012). *Discrete Mathematics and Its Applicatio*. New York.
- [7] Harary, F., Frucht, R. (1970), "On The Corona Of Two Graphs", *Aequationes Mathematicae*, hal.322-325.
- [8] West, B. (2002). *Intoduction To Graph Theory Secon Edition*. Nepal.